

Facultad: Ingeniería

Escuela: Electrónica

Asignatura: Señales y Sistemas Discretos

Tema: Señales y Sistemas Discretos en el tiempo

Contenidos

- Generación de una señal en MATLAB
- Discretización de una señal en MATLAB
- Adquisición de una señal por medio de la tarjeta de sonido de la PC.

Objetivos Específicos

- 1- Conocer que es un sistema de tiempo discreto.
- 2- Digitalizar señales usando la tarjeta de sonido de la PC.
- 3- Poder representar cualquier señal discreta real en sus componentes par e impar
- 4- Generar señales discretas en MATLAB.

Material y Equipo

- 1 Computadora con sistema operativo Windows y MATLAB.
- 1 Micrófono para PC

Introducción Teórica

Un sistema de tiempo discreto es uno que transforma una secuencia de números de entrada, $\{x(k)\}$ en una secuencia de números de salida $\{y(k)\}$ de acuerdo a alguna fórmula de recursión que representa la solución a la **ecuación diferencia** que describe al sistema. Para un sistema físico, la ecuación diferencia expresa las características del que es frecuentemente llamado un filtro digital o procesador de señales.

Podemos representar los sistemas discretos en una forma similar a la representación de los sistemas continuos. Un sistema discreto simple se muestra en la figura 1.1. El sistema en la figura 1.1b, un divisor, tiene una salida que es independiente de la entrada anterior; por lo tanto no tiene memoria. Según lo anterior, es llamado sistema **sin memoria**. El sistema discreto mostrado en la figura 1.1c tiene **memoria**. El sistema de la figura 1.1d es un diferenciador ya que

$$y(k) = x(k) - x(k-1).$$

Un sistema discreto es causal si la salida en cualquier tiempo depende de los valores presentes y pasados de la entrada. Por ejemplo, el sistema definido por $y(k) = y(k-1) + x(k)$ es causal, pero el sistema definido por $y(k) = y(k+1) + x(k-1)$ es no causal.

Los sistemas discretos lineales se caracterizan por el principio de superposición. Por ejemplo si una entrada $x_1(k)$ a un sistema discreto produce una salida $y_1(k)$ y la entrada $x_2(k)$ produce una salida $y_2(k)$, entonces para un sistema lineal, la entrada $x_1(k) + x_2(k)$ produce la salida $y_1(k) + y_2(k)$. Un sistema se llama homogéneo si la entrada $ax_1(k) + bx_2(k)$ produce la salida $ay_1(k) + by_2(k)$.

La estabilidad es otra propiedad importante de los sistemas discretos. Un sistema discreto estable se caracteriza porque sus salidas disminuyen cuando el tiempo progresa. Si su salida aumenta sin límite en el tiempo, el sistema es inestable. Por ejemplo, el sistema con la salida $y(k) = a^k$, $k \geq 0$, es inestable si $a > 1$ y es estable si $a < 1$.

Otra propiedad importante de los sistemas discretos es la invariabilidad con el tiempo. Un sistema es invariable con el tiempo cuando las entradas $x(k)$ y $x(k - k_0)$ producen las salidas $y(k)$ e $y(k - k_0)$ respectivamente. El sistema $y(k) = 2kx(k)$ es no invariable con el tiempo porque la salida para $x(k - k_0)$ es $y(k) = 2kx(k - k_0)$. Esto es muy diferente de introducir un desplazamiento de tiempo de $k - k_0$ en el sistema el cual da como resultado una salida $y(k) = 2(k - k_0)x(k - k_0)$.

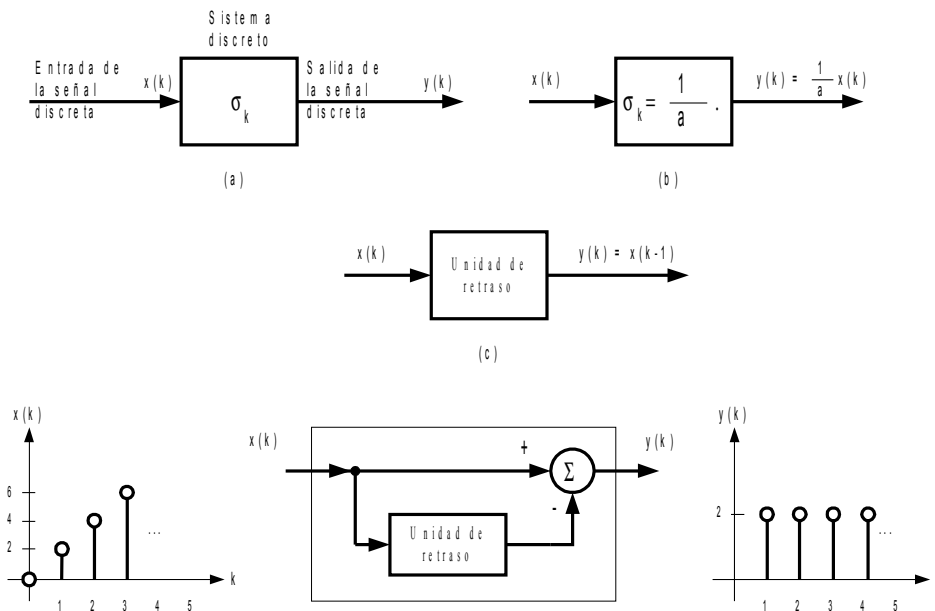


Figura 1.1. Sistemas Discretos.

1.2 ECUACIONES DIFERENCIA LINEALES

Suponga que el sistema de tiempo discreto o procesador de señal que transforma una secuencia de entrada de números $\{x(k)\}$ en una secuencia de números de salida $\{y(k)\}$ se expresa por la ecuación diferencia

$$y(k) = x(k) + 3x(k-1) + x(k-2) \quad (1.1)$$

Esta expresión especifica que el k -ésimo miembro de la secuencia de salida está formado

por la suma de los siguientes términos: la presente (o k -ésima) entrada $x(k)$, tres veces el valor de la entrada previa o retrasada $x(k-1)$, y el segundo valor retrasado de la entrada. En particular, si la secuencia de entrada a este sistema con $k = 0$ es el conjunto de números $\{1, 2, 0, 3, 1, 5, 0, \dots\}$, la salida correspondiente será la secuencia de números $\{1, 5, 7, 5, 10, 11, 16, \dots\}$.

Un proceso de tiempo discreto familiar a muchas personas es el asociado con una cuenta de ahorros en un banco. Considere una cuenta de ahorros que capitaliza un interés de $r\%$ por año calculado n veces por año ($n = 4$ correspondería a cuatro capitalizaciones). El interés se calcula a la razón de $r / n \%$ en cada periodo de capitalización. Asumiremos que los depósitos en cualquier periodo no ganan interés sino hasta el próximo periodo. Definimos lo siguiente:

$y(k)$ = balance total de la cuenta del banco al final del k -ésimo periodo de capitalización.

$x(k)$ = total de depósitos durante el k -ésimo periodo de capitalización

Claramente, a la conclusión de cualquier periodo de capitalización, el balance total de la cuenta del banco es igual a la suma de lo siguiente: el balance de la cuenta del banco al inicio del periodo de capitalización, el interés acumulado de este balance, y los depósitos hechos durante este periodo. Este resultado puede expresarse matemáticamente por la expresión

$$y(k) = y(k-1) + \frac{r}{n} y(k-1) + x(k) = \left(1 + \frac{r}{n}\right) y(k-1) + x(k) \quad (1.2)$$

Esta es una ecuación diferencia de primer orden, ya que k y $k - 1$ en la variable desconocida (la salida) difieren por una unidad. La solución a tales ecuaciones puede realizarse numéricamente a mano o por máquina, puede realizarse analíticamente, y puede encontrarse usando el método de la transformada-Z.

Resolver esta ecuación a mano o con máquina requiere que se guarden los valores inicial $y(0)$ y la secuencia de entrada $x(k)$, $k = 1, 2, 3, \dots$, es decir estén en los registros de almacenaje de una computadora. La cantidad $1 + r/n$ debe evaluarse, y luego multiplicarse por $y(k-1)$. Este resultado se guarda en el acumulador; se combina con el apropiado $x(k)$ y se deduce el $y(k)$ actualizado. Durante el próximo periodo, el $y(k)$ presente se convierte en el depósito inicial $y(k-1)$ y el proceso se repite. Así para un interés conocido r , un depósito inicial $y(0)$, y una secuencia de depósitos especificada, se resuelve la ecuación diferencia para establecer todos los valores sucesivos.

Note que se hace una distinción notacional entre los sistemas que generan ecuaciones diferencia de la forma dada en (3.1) en los cuales $y(k)$ depende solo de $x(k)$ y los valores pasados de la entrada y los sistemas que generan ecuaciones diferencia tales como el (3.2), el cual especifica el valor de $y(k)$ en términos de los valores pasados de $y(k)$, los valores presentes de $x(k)$, así como también los valores pasados de $x(k)$. El primer tipo se llama **no recursivo, transversal, o respuesta al impulso de duración finita** (FIR, finite impulse response). El segundo tipo se llama un **sistema recursivo, o de respuesta al impulso infinita** (IIR, infinite impulse response). Específicamente, un sistema IIR se describe

matemáticamente por una ecuación diferencia de N -ésimo orden de la forma

$$y(k) = a_1 y(k-1) + \dots + a_N y(k-N) + b_0 x(k) + b_1 x(k-1) + \dots + b_M x(k-M) \quad (1.3)$$

la cual puede escribirse en forma compacta como

$$y(k) = \sum_{n=0}^N a_n y(k-n) + \sum_{n=0}^M b_n x(k-n) \quad (1.4)$$

Si todos los valores $a_n = 0$, el sistema se describe por

$$y(k) = \sum_{n=0}^M b_n x(k-n) \quad (1.5)$$

Esta es la descripción general de un sistema FIR.

En contraste con los sistemas continuos, cuya operación se describe o modela por un conjunto de ecuaciones diferenciales, los sistemas de tiempo discreto son aquellos cuya operación se describe por un conjunto de ecuaciones diferencia.

Procedimiento

Parte I. Generación de una señal en MATLAB (Tutoría)

1. Genere y grafique la siguiente señal impulso. En cada caso el eje horizontal (n) se debe extender el rango indicado y se debe presentar su escala en forma correcta. Cada secuencia se debe presentar como señal de tiempo discreto usando el comando stem. La función a implementar es la siguiente:

$$x(n) = 0.9 \delta(n-5) \quad 1 \leq n \leq 20$$

La solución al problema anterior es:

```
» L = 20;
» imp = zeros(L,1);
» imp(5)=0.9;
» stem(imp)
```

2. Pruebe las siguientes líneas para crear una señal repetitiva en el vector x.

```
x= [0;1;1;0;0;0;0]*ones(1,7);
x=x(:);
size(x) % <----- devuelve la longitud de la señal
```

3. Estudie la siguiente función para ver como se genera en MATLAB una señal exponencial de tiempo discreto. Seguidamente utilice la función para representar gráficamente la exponencial $x[n] = (0.9)^n$, en el intervalo $n = 0, 1, 2, 3, \dots, 20$.

```
function y = genexp(b, n0, L)
```

```
%GENEXP genera una señal exponencial: b ^ n
```

```
% Uso: Y = genexp (B, N0, L)
% B   entrada escalar que da la razón entre términos
% N0  instante de comienzo (entero)
% L   longitud de la señal generada
% Y   señal de salida Y(1:L)
if (L <= 0)

    error ( 'GENEXP: longitud no positiva')
end
nn=n0+[1:L]'-1;      % ----- vector de índices

y=b.^ nn;
```

4. Escriba un programa que calcule y exprese la secuencia simétrica par e impar de una secuencia cualquiera y pruébelo con la siguiente secuencia.

```
%programa que calcula la simetría par e impar de una secuencia
%x(n)=u(n)-u(n-10)
figure('numbertitle','off','name','Visualización de la parte par e impar de una secuencia');
n=[0: 10];
x=stepseq(0,0,10)-stepseq(10,0,10);
[xp,xi,m]=evenodd(x,n);
subplot(2,1,1); stem(n,x); title('Pulso Rectangular')
xlabel('n'); ylabel('x(n)'); axis([-10,10,0,1.2])
subplot(2,2,3); stem(m,xp); title('Parte Par')
xlabel('n'); ylabel('xp(n)'); axis([-10,10,0,1.2])
subplot(2,2,4); stem(m,xi); title('Parte Impar')
xlabel('n'); ylabel('xi(n)'); axis([-10,10,-0.6,0.6])
```

Luego cree también la siguiente función:

```
function[x,n] = stepseq(n0,n1,n2)
%Se genera x(n)=u(n-n0); n1 <= n2, n0 >= n1
% -----
%[x,n] = stepseq(n0,n1,n2)
%
if ((n0<n1)|(n0>n2))
error('los argumentos no satisfacen n1<=n0<=n2')
end
n=[n1:n2];
x=[zeros(1,(n0-n1)),ones(1,(n2-n0+1))];
```

y esta otra:

```
function [xe,xo,m] = evenodd(x,n)
% Descomposición de una señal Real en sus partes pares e impares
% -----
% [xe,xo,m] = evenodd(x,n)
%
if any(imag(x)~=0)
error('x no es una secuencia real')
end
m=-fliplr(n);
m1 =min([m,n]); m2=max([m,n]); m=m1:m2;
nm=n(1)-m(1); n1=1:length(n);
x1=zeros(1,length(m));
x1(n1+nm)=x; x=x1;
xe=0.5*(x+fliplr(x));
xo=0.5*(x-fliplr(x));
```

Parte II. Discretización de una señal en MATLAB. (Tutoría)

Considere la fórmula para una señal sinusoidal de tiempo continuo:

$$x(t) = \text{sen}(2\pi f_0 t + \phi)$$

Podemos muestrear $x(t)$ a una razón $f_s = 1/T_s$ para obtener la señal de tiempo discreto

$$x[n] = x(t)|_{t=nT_s} = x(t)|_{t=n/f_s} = \text{sen}\left(2\pi \frac{f_0}{f_s} n + \phi\right)$$

1. Elabore una gráfica simple de la onda seno muestreada. Asigne una frecuencia de la señal senoidal de 300Hz, y tome muestras en un intervalo de 10ms, con una frecuencia de muestreo de 8kHz. Considere la fase $\phi = 45^\circ$. Grafique el resultado de la señal en tiempo discreto usando stem.

Solución:

Sabemos que

$$t_n = nT$$

Por lo tanto

$$n = \frac{t_n}{T} \rightarrow n = t_n f_s$$

Para este caso $f_s = 8000$ Hz y $t = 0.01$ s, por lo tanto, $n = 0.01 \cdot 8000$. Entonces, $n = 80$. Los comandos a implementar en MATLAB para desarrollar este ejemplo son los siguientes:

```
» n=1:80;
» x=sin(2*pi*(300/8000)*n+pi/4);
» stem(n,x)
```

2. Repita el numeral anterior con una frecuencia de muestreo de 4kHz y una de 1KHz

Parte III. Adquisición de una señal por medio de la tarjeta de sonido de la PC.

1. Escriba el siguiente archivo de guión en MATLAB

```
ai=analoginput('winsound')
addchannel(ai,1);
ai.SampleRate=8000;
ai.SamplesPerTrigger=40000;
ai.TriggerType='Immediate';
start(ai)
[d,t]=getdata(ai);
disp('Hable al micrófono por 5 s.')
pause(5);
figure
plot(t,d);
```

2. Salga de los programas, apague todo el equipo y desconecte los circuitos.

Análisis de Resultados

1. ¿Cuál es la diferencia entre los comandos plot y stem de MATLAB?
2. ¿Es la suma de las componentes par e impar de la señal escalón de la parte I igual a la señal original? Explique.
3. En la Parte II ¿Se sigue obteniendo una señal discretizada correcta al cambiar las frecuencias de muestreo a 4KHz y 1 KHz? Explique.
4. ¿Cómo puede cambiarse el tiempo total de muestreo de la señal capturada por la tarjeta de sonido?
5. Presente las gráficas obtenidas en la práctica con sus respectivos nombres y títulos.

Investigación Complementaria

1. Investigue como puede reproducir los datos de funciones generadas en MATLAB en la tarjeta de sonido.
2. Generar y muestrear una señal senoidal de 3.5KHz utilizando SCILAB

Bibliografía

- The MathWorks Inc. Manual del usuario de MATLAB.
- SCILAB

Guía 3: Señales y Sistemas Discretos en el tiempo.

Alumno:

Maquina No:

Docente:

GL:

Fecha:

EVALUACION					
	%	1-4	5-7	8-10	Nota
CONOCIMIENTO	25%	Conocimiento deficiente de los fundamentos teóricos	Conocimiento y explicación incompleta de los fundamentos teóricos	Conocimiento completo y explicación clara de los fundamentos teóricos	
APLICACIÓN DEL CONOCIMIENTO	70%	No realiza bien los procedimientos y no explica los script: 1- uso de Genexp (20%) 2- Secuencia par e impar (20%) 3- Generación de señal en MATLAB (20%) 4- Script de captura de audio (10%)	Realiza bien los procedimientos, pero los explica parcialmente	Realiza correctamente los procedimientos y sabe explicar los códigos correctamente.	
ACTITUD	2.5%	Es un observador pasivo.	Participa ocasionalmente o lo hace constantemente pero sin coordinarse con su compañero.	Participa propositiva e integralmente en toda la práctica.	
	2.5%	Es ordenado; pero no hace un uso adecuado de los recursos	Hace un uso adecuado de los recursos, respeta las pautas de seguridad; pero es desordenado.	Hace un manejo responsable y adecuado de los recursos conforme a pautas de seguridad e higiene.	
TOTAL	100%				